

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 TRƯỜNG PTNK

NĂM HỌC 2015 – 2016

TOÁN KHÔNG CHUYÊN. THỜI GIAN LÀM BÀI 120 PHÚT

Bài 1. (2 điểm).

a) Giải phương trình $(x^2 - 9)\sqrt{2-x} = x(x^2 - 9)$

b) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} (x^2 + 4y^2)^2 - 4(x^2 + 4y^2) = 5 \\ 3x^2 + 2y^2 = 5 \end{cases}$$

Bài 2. (1,5 điểm) Cho phương trình $\frac{(x-2m)(x+m-3)}{x-1} = 0(1)$

a) Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2

b) Tìm m để $x_1^2 + x_2^2 - 5x_1x_2 = 14m^2 - 30m + 4$

Bài 3. (1,5 điểm)

a) Rút gọn biểu thức $Q = \left(\frac{3+\sqrt{x}}{3-\sqrt{x}} - \frac{3-\sqrt{x}}{3+\sqrt{x}} - \frac{36}{x-9} \right) : \frac{\sqrt{x}-5}{3\sqrt{x}-x} (x > 0, x \neq 9, x \neq 25)$

b) Tìm x để $Q < 0$.

Bài 4. (2 điểm)

a) Cho một tam giác vuông. Nếu ta tăng độ dài các cạnh góc vuông thêm 3cm thì diện tích tăng 33cm², nếu giảm độ dài một cạnh góc vuông 2cm và tăng độ dài cạnh góc vuông kia 1cm thì diện tích giảm 2cm². Hãy tính độ dài các cạnh của tam giác vuông.

b) Bạn An dự định trong khoảng thời gian từ ngày 1/3 đến ngày 30/4 mỗi ngày sẽ giải 3 bài toán. Thực hiện đúng kế hoạch một thời gian, vào khoảng cuối tháng 3 (tháng 3 có 31 ngày) thì A bị bệnh, phải nghỉ giải toán nhiều ngày liên tiếp. Khi hồi phục, trong tuần đầu An giải 16 bài toán; sau đó, A cố gắng giải 4 bài một ngày và đến 30/4 thì A cũng hoàn thành kế hoạch đã định. Hỏi bạn An đã nghỉ giải toán ít nhất bao nhiêu ngày?

Bài 5 (3 điểm) Hình bình hành ABCD có $\widehat{ADC} = 60^\circ$ và tam giác ACD nhọn. Đường tròn tâm O ngoại tiếp tam giác ACD cắt cạnh AB tại E ($E \neq A$), AC cắt DE tại I.

a) Chứng minh tam giác BCE đều và $OI \perp CD$

b) Gọi K là trung điểm BD, KO cắt DC tại M. Chứng minh A, D, M, I cùng thuộc một đường tròn.

c) Gọi J là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Tính $\frac{OJ}{DE}$

HƯỚNG DẪN GIẢI

Bài 1.

a) Điều kiện $2-x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 2$

$$(x^2 - 9)\sqrt{2-x} = x(x^2 - 9)$$

$$\Leftrightarrow (x^2 - 9)(\sqrt{2-x} - x) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3(l) \\ x = -3(n) \\ \sqrt{2-x} = x(2) \end{cases}$$

$$\text{Ta có } \sqrt{2-x} = x \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 2-x = x^2 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1$$

$$\text{Vậy } S = \{-3; 1\}$$

$$\text{b) } \begin{cases} (x^2 + 4y^2)^2 - 4(x^2 + 4y^2) = 5(1) \\ 3x^2 + 2y^2 = 5 \quad (2) \end{cases}$$

$$\text{Đặt } t = x^2 + 4y^2, t \geq 0 \text{ từ (1) ta có } t^2 - 4t - 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 5(n) \\ t = -1(l) \end{cases}$$

$$\text{Ta có hệ } \begin{cases} x^2 + 4y^2 = 5 \\ 3x^2 + 2y^2 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 1 \\ y^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 1 \\ y = \pm 1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có 4 nghiệm $(x; y)$ là $(1; 1), (1; -1), (-1; 1), (-1; -1)$

Bài 2.

$$\text{a) } \frac{(x-2m)(x+m-3)}{x-1} = 0(1), \text{ điều kiện } x \neq 1$$

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2m \\ x = 3 - m \end{cases}$$

$$\text{Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi } \begin{cases} 2m \neq 3 - m \\ 2m \neq 1 \\ 3 - m \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ m \neq \frac{1}{2} \\ m \neq 2 \end{cases}$$

$$\text{b) Theo câu a thì điều kiện là } \begin{cases} m \neq 1 \\ m \neq \frac{1}{2} \\ m \neq 2 \end{cases}$$

Giả sử $x_1 = 2m, x_2 = 3 - m$ ta có:

$$x_1^2 + x_2^2 - 5x_1x_2 = 14m^2 - 30m + 4$$

$$\Leftrightarrow (2m)^2 + (3 - m)^2 - 5(2m)(3 - m) = 14m^2 - 30m + 4$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 6m + 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 1(l) \\ m = 5(n) \end{cases}$$

Bài 3.

a)

$$\begin{aligned} Q &= \left(\frac{3 + \sqrt{x}}{3 - \sqrt{x}} - \frac{3 - \sqrt{x}}{3 + \sqrt{x}} - \frac{36}{x - 9} \right) \cdot \frac{\sqrt{x} - 5}{3\sqrt{x} - x} \\ &= \left(\frac{(3 + \sqrt{x})^2 - (3 - \sqrt{x})^2 + 36}{(3 - \sqrt{x})(3 + \sqrt{x})} \right) \cdot \frac{\sqrt{x}(3 - \sqrt{x})}{\sqrt{x} - 5} \\ &= \frac{12\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 5} \end{aligned}$$

b) Ta có $Q < 0 \Leftrightarrow \frac{12\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 5} < 0 \Leftrightarrow 0 < \sqrt{x} < 5 \Leftrightarrow 0 < x < 25$. So với điều kiện ta có

$$\begin{cases} 0 < x < 25 \\ x \neq 9 \end{cases}$$

Bài 4.

a) Gọi độ dài hai cạnh góc vuông là x, y (m). Theo đề bài ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} \frac{1}{2}(x+3)(y+3) = \frac{1}{2}xy + 33 \\ \frac{1}{2}(x-2)(y+1) = \frac{1}{2}xy - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 19 \\ x - 2y = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 7 \\ x = 12 \end{cases}$$

Độ dài cạnh huyền $z = \sqrt{7^2 + 12^2} = \sqrt{193}$

b) Số ngày dự định làm là 61 ngày, số bài toán dự định làm là $3 \cdot 61 = 183$

Gọi x là số ngày làm theo dự định, y là số ngày nghỉ ta có $x \leq 31$.

Số ngày làm 4 bài/ ngày là $61 - x - y - 7 = 54 - x - y$

Theo đề bài ta có:

$$3x + 0 \cdot y + 16 + 4(54 - x - y) = 183$$

$$\Leftrightarrow 4y + x = 49$$

Mà $x \leq 31 \Rightarrow 4y \geq 18 \Rightarrow y \geq \frac{18}{4}$, mà $y \in \mathbb{N}$ nên giá trị nhỏ nhất của $y = 5$.

Với $y = 5$, ta có $x = 29$. Thỏa đề bài.

Vậy số ngày nghỉ ít nhất là 5 ngày.

Bài 5.

- a) Ta có $\angle BEC = \angle ADC = 60^\circ$ ($ADCE$ nt)
và $\angle ABC = \angle ADC = 60^\circ$ ($ABCD$ là hbh)
tam giác BCE có $\angle EBC = \angle BEC = 60^\circ$
nên là tam giác đều.
ta có $\angle DCE = 180^\circ - \angle DAE = 60^\circ$, suy
ra $\angle DCE = \angle ADC$ nên hình thang $AECD$
là hình thang cân. Khi đó $\angle ACD = \angle EDC$,
tam giác ICD cân tại I .
Ta có $IC = ID$, $OC = OD$ nên OI là trung
trục của CD . Do đó $OI \perp CD$.

- b) Ta có K là trung điểm BD nên K cũng là
trung điểm AC do $ABCD$ là hình bình
hành. Khi đó $OK \perp AC$ và OK là trung trục
của AC . Suy ra $MA = MC$. Suy ra $\angle MAC = \angle ACM$
Mà $\angle ACM = \angle IDM$
Từ đó $\angle IDM = \angle MAC$. Suy ra tứ giác $AIMD$ nội tiếp.
- c) Ta có $JK \perp AC$. Suy ra I, K, O thẳng hàng. Do tam giác ABC và tam giác ACD
bằng nhau nên $JK = OK$.
Mặt khác $\angle KJC = \frac{1}{2} \angle AJC = \angle ABC = 60^\circ$
Khi đó $\frac{KJ}{CK} = \cot g \angle KJC = \frac{1}{\sqrt{3}}$
Mà $OJ = 2JK, DE = AC$ ($AECD$ là hình thang cân).
Vậy $\frac{OJ}{DE} = \frac{2}{\sqrt{3}}$

