

ĐỀ SỐ 1

Bài 1.

- a) Tìm m để phương trình $(x^2 + 2mx - m + 2)(x^2 - 3x + 2) = 0$ có 4 nghiệm phân biệt.
- b) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x + \sqrt{x} = y + \sqrt{y} \\ \sqrt{x+y+1} + \sqrt{x-3} = \sqrt{y} \end{cases}$$

Bài 2. Giải các phương trình sau:

- a) $\sqrt{x-3} = \frac{\sqrt{6x-15}}{2x-5}$
- b) $x^2 - x + 2 - (x+2)\sqrt{x-1} = 0$

Bài 3.

- a) Giải và biện luận phương trình $(m^2 - 4m + 3)x - 9 + m^2 = 0$ (m là tham số)
- b) Tìm m nguyên để hệ phương trình
$$\begin{cases} mx - (m-2)y = 4m-4 \\ (m-1)x - (m+1)y = 2 \end{cases}$$
 có nghiệm duy nhất $(x_0; y_0)$ và $\frac{x_0}{y_0}$ là một số nguyên.

Bài 4. Tìm phương trình (P) biết (P) đi cắt trục hoành tại điểm A có hoành độ 2, cắt trục tung tại điểm B có tung độ 4 và điểm cực tiểu có tung độ là $-\frac{1}{2}$

Câu 5. Trong mặt phẳng Oxy, cho tam giác ABC có $A(8;3), B(3;-2), C(-1;6)$

- a) Gọi D là chân đường cao hạ từ đỉnh A lên BC. Tìm tọa độ đỉnh D. Hãy tính diện tích tam giác ABC
- b) Tìm tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.
- c) Tìm điểm E sao cho $2\vec{EA} - \vec{EB} + \vec{EC} = \vec{0}$. Chứng minh BE vuông góc CA
- d) Tìm điểm M trên trục tung sao cho $\vec{MO} \cdot \vec{MA} + \vec{MB} \cdot \vec{MC}$ đạt giá trị nhỏ nhất. Với O là gốc tọa độ.

Bài 6. Rút gọn biểu thức: $A = \frac{1 + \cos 4x}{\cot x - \tan x} + \frac{(1 - \cos 4x)(1 - \tan^2 x)}{4 \tan x}$

Bài 7. Cho hình bình hành ABCD có $AB = 4, AD = 8, \angle BAD = 60^\circ$.

- a) Tính độ dài đoạn AC và BD.
- b) Gọi P, Q là các điểm thỏa $\vec{BP} + 2\vec{PC} = \vec{0}, \vec{QC} + 2\vec{QD} = \vec{0}$. Tính PQ.

Đề số 2**Bài 1.**

- a) Cho phương trình $\frac{x^2 + x + 2m^2}{3x + 2} = m$ (m là tham số). Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt.
- b) Cho hệ phương trình: $\begin{cases} ax + (b-1)y = a-1 \\ bx + (a-1)y = b-1 \end{cases}$. Tìm điều kiện của a, b để hệ phương trình có nghiệm.

Bài 2. Giải các phương trình sau:

- a) $\frac{x + \sqrt{|2x-3|+1}}{x+1} = 2$
- b) $x^2 + 3x + 2 - (3x+1)\sqrt{x+1} = 0$

Bài 3.

- a) Rút gọn biểu thức:

$$A = \cos x + \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \cos\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) + \cos(x + \pi) + \cos\left(x + \frac{5\pi}{3}\right)$$

- b) Rút gọn biểu thức: $B = \frac{2(\sin 2x + 2\cos^2 x - 1)}{\cos x - \sin x - \cos 3x + \sin 3x}$

Bài 4. Tìm phương trình parabol (P) biết (P) có trục đối xứng là đường thẳng $x = -1$ và tung độ của đỉnh là -5 và đi qua điểm $M(1;3)$.

Bài 5. Trên hệ trục tọa độ Oxy cho tam giác ABC với $A(1;-1), B(9;3), C(1;4)$.

- a) Tìm tọa độ điểm D sao cho ACDB là hình bình hành. Biểu diễn \overrightarrow{AD} theo hai vectơ $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}$.
- b) Tìm tọa độ điểm H là hình chiếu của C trên AB. Tính diện tích tam giác ABC.
- c) Tìm điểm M thuộc Ox sao cho $\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} = 0$
- d) Tìm điểm N thuộc Oy sao cho $NA^2 + NB^2 + 2NC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 6. Cho tam giác ABC có $AB = a, AC = 2a, \angle ABC = 60^\circ$. M, N là các điểm thỏa $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{NA} = -2\overrightarrow{NC}$. Gọi Q là trung điểm MN. Tính độ dài AQ theo a.

ĐỀ SỐ 3

Bài 1.

a) Tìm m để nghiệm của phương trình
$$\begin{cases} (m-1)x + (m+1)y = m \\ (3-m)x + 3y = 2 \end{cases}$$
 cũng là nghiệm của phương trình $2x + y = 1$

b) Tìm m để phương trình $\frac{mx^2 - (m-1)x + 2}{x^2 - 3x + 2} = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa $x_1^2 + x_2^2 = 3$

Bài 2. Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

a) $\sqrt{\frac{20+x}{x}} + \sqrt{\frac{20-x}{x}} = \sqrt{6}$

b)
$$\begin{cases} 2|x-1| + y = 3 \\ 3|x-1| - 2y = 4 \end{cases}$$

c) $\sqrt{3x-2} + \sqrt{x-1} = 4x-9 + 2\sqrt{3x^2-5x+2}$

Bài 3. Cho parabol (P): $y = ax^2 + bx + c$.

- a) Tìm a, b, c biết (P) đi qua hai điểm (0,-1), (4,-5) và giá trị cực đại bằng 5/4.
 b) Vẽ đồ thị hàm số $y = |ax^2 + bx + c|$ với a, b, c tìm được ở câu a.

Bài 4. a) Chứng minh $\frac{1 + \cos x + \cos 2x + \cos 3x}{2 \cos^2 x + \cos x - 1} = 2 \cos x$

b) Tính $A = \sin^4 x + \cos^4 x + \sin^4 \left(x + \frac{\pi}{4}\right) + \cos^4 \left(x + \frac{\pi}{4}\right)$

Bài 5. Trong mặt phẳng Oxy, cho tam giác ABC có $A(8;3), B(3;-2), C(-1;6)$

- a) Gọi D là chân đường cao hạ từ đỉnh A lên BC. Tìm tọa độ đỉnh D. Hãy tính diện tích tam giác ABC
 b) Tìm tọa độ tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.
 c) Tìm tọa độ điểm E sao cho $2\vec{EA} - \vec{EB} + \vec{EC} = \vec{0}$. Chứng minh BE vuông góc CA
 d) Tìm điểm M trên trục tung sao cho $\vec{MO} \cdot \vec{MA} + \vec{MB} \cdot \vec{MC}$ đạt giá trị nhỏ nhất, với O là gốc tọa độ.

Đề số 4

Bài 1.

- a) Tìm m để phương trình $\frac{(x-m)(4x^2+2(m^2+1)x+m^2)}{(x-3)} = 0$ có 3 nghiệm phân biệt.
- b) Tìm m để hệ phương trình $\begin{cases} mx+(m-1)y=3 \\ (m-1)x+my=2 \end{cases}$ có hai nghiệm duy nhất $(x_0; y_0)$ thỏa $x^2 + y^2 = 13$.

Bài 2. Cho (P): $y = x^2 + ax + b$. Tìm a, b biết tọa độ đỉnh của (P) là I(-2; -1).

Bài 3. Giải các phương trình sau:

- a) $2|x-1|-1 = \sqrt{2x-3}$
- b) $\sqrt{x-2} - \sqrt{x+2} = 2\sqrt{x^2-4} - 2x + 2$

Bài 4. Chứng minh rằng giá trị biểu thức sau không phụ thuộc và giá trị của x:

- a) $A = \frac{\cos^3 x - \cos 3x}{\cos x} + \frac{\sin^3 x + \sin 3x}{\sin x}$
- b) $E = \frac{1}{2} \cos\left(\frac{2\pi}{3} - 2x\right) + \frac{1}{2} \cos 2x - \cos x \cdot \cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right)$

Bài 5. Trong hệ trục tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có A(3;-1), B(-2;4), C(6;8)

- a) Giả sử $\overline{AC} = x \cdot \overline{OA} + y \cdot \overline{OB}$. Tìm x, y.
- b) Tìm tọa độ tâm đường tròn ngoại tiếp của tam giác ABC.
- c) Tìm tọa độ điểm M trên Ox sao cho ABCM là hình thang (AM//BC) và tính diện tích hình thang ABCM.
- d) Tìm điểm P thuộc Ox sao cho $\overline{PC} \cdot \overline{PB} - \overline{PA}^2 = 30$

Bài 6. Cho tam giác ABC có $\angle ABC = 60^\circ$, AB = 3 và $BC = \sqrt{13}$. Tính độ dài cạnh AC.

ĐỀ SỐ 5

Bài 1. Giải phương trình và hệ phương trình sau.

a) $(3x+2)\sqrt{2x^2-1} = 9x^2 - 4$

b) $2x\sqrt{x^2+x} = x^2 + 3x - 1$

c)
$$\begin{cases} \frac{3}{x^2+y^2-1} + \frac{2y}{x} = 1 \\ x^2+y^2 + \frac{4x}{y} = 22 \end{cases}$$

Bài 2.

a) Giải và biện luận hệ phương trình theo a

$$\begin{cases} (a+1)x - y = a+1 \\ x + (a-1)y = 2 \end{cases}$$

b) Tìm m để phương trình sau có nghiệm

$$\frac{(2x-1)[mx^2 - (2m-1)x + m-1]}{\sqrt{x-1}} = 0$$

c) Vẽ đồ thị hàm số $y = 2x \cdot |x-3|$

Bài 3. Cho hình vuông ABCD; E, F là các điểm xác định bởi $\overline{BE} = \frac{1}{3}\overline{BC}, \overline{CF} = -\frac{1}{2}\overline{CD}$.

Đường thẳng AE cắt BF tại I.

a) Chứng minh $\overline{AE} = \overline{AB} + \frac{1}{3}\overline{AD}; \overline{AI} = \frac{6}{5}\overline{AB} + \frac{2}{5}\overline{AD}$

b) Chứng minh $\widehat{AIC} = 90^\circ$.

c) Tìm G thuộc đường thẳng EF sao cho $MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2$ nhỏ nhất

Bài 4. Trong mặt phẳng Oxy cho $A(-4;4), B(0;-4), C(5;1)$

a) Tìm tọa độ điểm D đối xứng với B qua trung điểm của AC.

b) Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABD.

c) Tìm M trên trục tung sao cho $\overline{MA} \cdot \overline{MB} = \overline{MC} \cdot \overline{MD}$.

d) Tìm N thuộc Ox sao cho $|2\overline{NA} - 3\overline{NB} + 2\overline{NC}|$ nhỏ nhất.

Bài 5.

a) Rút gọn $A = \frac{\sin^4 x - \cos^4 x + \cos^2 x}{2(1 - \cos^2 x)} + \sin^2 \frac{x}{2}$

b) Chứng minh giá trị biểu thức sau không phụ thuộc vào x:

$$A = (\cot^2 2x + 1)(\tan^2 x - \sin^2 x)(\cot^2 x - \cos^2 x)$$

Đề số 6

Bài 1.

- a) Tìm m để nghiệm của phương trình $\begin{cases} (m-1)x + (m+1)y = m \\ (3-m)x + 3y = 2 \end{cases}$ cũng là nghiệm của phương trình $x + 3y = 2$.
- b) Cho parabol (P): $y = ax^2 + bx + 3$ (1). Tìm a, b biết rằng (P) cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng -3 và tung độ của điểm cực đại bằng 4 .

Bài 2. Giải phương trình và hệ phương trình:

- a) $\sqrt{x^2} + \sqrt{x(x-3)} = \sqrt{x(2x+1)}$
- b) $\sqrt{1-x} + \sqrt{1+x} + \sqrt{1-x^2} = 2$
- c) $\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} = 3 \\ x + y - 3\sqrt{xy} = -1 \end{cases}$

Bài 3. Cho phương trình $\frac{x^2 - 4x}{1-x} = 3x + m$

- a) Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt.
- b) Giả sử x_1, x_2 là nghiệm của , tìm m để $|x_1 - x_2|$ đạt giá trị nhỏ nhất

Bài 4. Chứng minh: $\frac{\sin^4 x - \cos^4 x + \cos^2 x}{2(1 - \cos^2 x)} = \cos^2 \frac{x}{2}$

Bài 5. Trong mặt phẳng Oxy, cho tam giác ABC với $A(-1;-1), B(6;-1), H(3;1)$

- a) Xác định điểm C sao cho H là trực tâm tam giác ABC.
- b) Tìm D sao cho tứ giác ABCD là hình bình hành.
- c) Tìm điểm M thuộc Ox sao cho $MA^2 + MB^2 + MC^2$ nhỏ nhất.
- d) Tìm N sao cho tam giác NAB vuông và có diện tích lớn nhất

Bài 6. Cho tam giác ABC có $AB = 22, BC = 19, CA = 13$.

- a) Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC. Chứng minh rằng $AG^2 + CG^2 = BG^2$.
- b) Tìm tập hợp những điểm M sao cho $AM^2 + CM^2 = BM^2$

